Nagoya University Lecture

Mori Shigefumi

数学の楽しさと美しさ

名古屋大学レクチャー

2025.12.21（日）
13:30－16:10

［名古屋大学 豊田講堂］

京都大学高等研究院院長／特別教授

森 重文

代数幾何学での業績により1990年にフィールズ賞を受賞。
日本人では3人目だが、日本を拠点として研究を行い受賞した
東洋初の数学者。2021年に文化勲章を受章。

数学の楽しさと美しさ

数学の楽しさとは何か？解けたら誉められるので楽しい、というのもあるかも知れません。しかし、もっと純粋に、解けた快感、あるいは更に分析すれば、見方を変えた途端それまで謎だった物が、霧が晴れるようにスッキリと分かる感じ、と言えば良いでしょうか？実は、学生時代に数学の勉強において感じるこのような感情は、数学研究を一生の仕事とするようになっても同じように続く、研究の原動力と言えます。

さて、数学の美しさというと、そんな物はあるのかと返事が返ってくるかも知れません。しかし、数学にも、他分野さらには芸術などにも通じる美しさがあります。数学の美しさというのは、飾って鑑賞する類いの物ばかりではなく、研究者にとっては数学研究の正しさと表裏一体となる死活的に重要な物です。

講演では高校生の頃の思い出や研究者になってからの体験を振り返りながら、具体例を交えて、これらについてお話しします。

京都大学高等研究院院長／特別教授

森 重文

1951年、名古屋市生まれ。京都大学大学院理学研究科修士課程修了後、京都大学理学部助手、米国ハーバード大学助教授、米コロンビア大学客員教授、名古屋大学教授などを歴任し、1990年に京都大学数理解析研究所教授となった。2010年には名古屋大学からフィールズ賞受賞等の功績を讃えられ、特別教授の称号が付与された。2011年から3年間、京都大学数理解析研究所の所長の任に就いている。また、国際数学連合関連をはじめ、数多くの国内外の重要な委員を務めている。

専門は代数幾何学の研究。ハーツホーン予想を解決した論文は、数学の歴史に刻まれる功績となり、この論文を手がかりにした「森理論」（代数多様体の極小モデル理論）で、1990年に日本人3人目となるフィールズ賞を受賞した。同年、文化功労者に選ばれたのに加え、米国数学会コール賞、日本学士院賞ほか多くの著名な賞を受賞している。2021年に文化勲章を受章。

プログラム

13:00〜（30分）	開場	
13:30〜（ 5分 ）	諸説明	
13:35〜（ 5分 ）	開会挨拶	名古屋大学 総長 杉山直
13:45〜（30分）	解説講演	名古屋大学 多元数理科学研究科 教授 谷本祥
14:20〜（10分）	名古屋大学レクチャー盾 贈呈式	
14:35〜（15分）	休憩	
14:50〜（70分）	講演	京都大学 高等研究院 院長 / 特別教授 森重文
16:05〜（ 5分 ）	閉会挨拶	名古屋大学 高等研究院 院長 榊原均
16:10	閉会	

解説講演者

谷本祥（たにもとしょう）

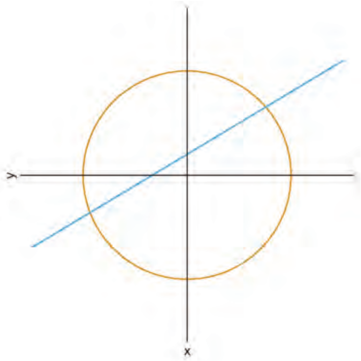
名古屋大学大学院多元数理科学研究科教授。専門は代数幾何学・数論幾何学・ディオファントス幾何学。ファノ多様体上の有理点や曲線の分布を予想するマニン予想を通して、高次元代数幾何学と数論幾何学を融合させる研究を展開している。1984年生まれ。2007年東京工業大学理学部卒業。2012年ニューヨーク大学クーラン数理科学研究所よりPh.D.取得。その後、米国ヒューストンのライス大学およびデンマークのコペンハーゲン大学で研究・教育に従事。2018年熊本大学大学院先導機構准教授、2021年名古屋大学大学院多元数理科学研究科准教授を経て、2024年より現職。代表作にBrian Lehmannなどとの共著「On the geometry of thin exceptional sets in Manin's conjecture」（Duke Mathematical Journal, 2017）、「Classifying sections of del Pezzo fibrations, I」（Journal of the European Mathematical Society, 2024）、「Campana points of bounded height on vector group compactifications」（Proceedings of the London Mathematical Society, 2021）、「Non-free sections of Fano fibrations」（Memoirs of the American Mathematical Society, to appear）などがある。さらに著書「Birational Geometry and Manin's Conjecture」がCambridge University Pressより出版予定。

講演〈解説文〉

高次元図形の形の探索

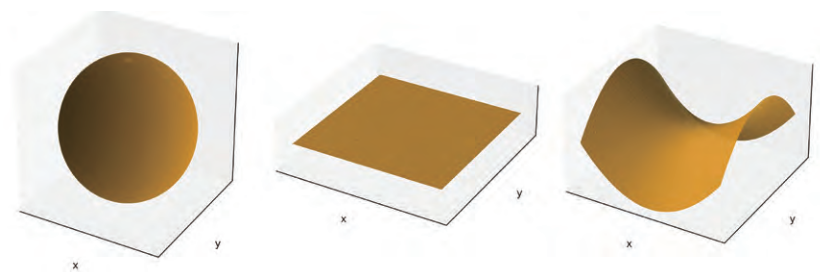
長い間、誰も解決することができなかった“高次元の形”の解を見つけることに成功した数学者がいます。その名も森重文——1990年に世界最高峰のフィールズ賞を受賞した、日本を代表する数学者です。森重文氏が開拓した高次元代数幾何学とは何か？ その研究は世界にどのようなインパクトを与えたのか？ 紐解いてみたいと思います。

森氏は、純粋数学の中でも特に代数幾何学、その中でも高次元代数幾何学を専門としています。まず、代数幾何学とは何かを簡単に説明しましょう。中学や高校で平面上の多項式によって定義された幾何学図形を目にしたことがある方も多いと思います。たとえば、x-y平面上の直線は$y=ax+b$のように表され、さらに単位円は$x^2+y^2=1$という式で表されます。このように変数の式から定まる方程式を満たす数の組の集合として表すことができる図形を代数多様体といいます。代数幾何学はこの代数多様体を研究する学問です。ただ、ここで注意すべき点は、上の平面上の例でx,yは実数とみなしていましたが、代数幾何学ではしばしばx,yは複素数の値を取る変数と考えることです。さらに、複素数は実軸と虚軸を持つ2次元的数に見えますが、代数幾何学では例えば複素平面Cは一変数zで表すことができるので1次元の代数多様体として扱います。fを２変数多項式としたとき、$f(x,y)=0$を満たす複素数のペア(x,y)の集合Xは我々には2次元的に見えるものの、「次元＝（パラメータの数）－（方程式の数）」という考え方により、Xは1次元代数多様体としてみなされます。さて、非特異1次元代数多様体でコンパクトなものを射影曲線と言います。ここで、非特異とは尖った点（特異点）がないこと、コンパクトとは1次元代数多様体上を酔っ払って縦横無尽に動いてもどこかに到達することができる、つまり“閉じている”ことを言います。この射影曲線は種数という不変量を用いて分類することができます。射影曲線は下の図のような図形で、このとき種数は穴の数のことを言います。例えば種数0の曲線は球面であり、種数1の曲線はドーナツの形をしています。さらに種数2の曲線は浮き輪が二つつながったような図形になります。このような代数多様体の性質を研究する学問が代数幾何学です。



森氏が専門とする高次元代数幾何学は、より高次元の代数多様体を研究する学問です。2次元までの理論は19世紀から20世紀初頭のイタリア学派による研究で多くの結果が得られていましたが、森重文氏は3次元以上の射影代数多様体の研究で卓越した業績を挙げられました。森氏の代表的な業績としては「Hartshorne予想の解決」、「錐定理及び収縮定理の証明と極小モデル理論の創始」、「3次元におけるフリップの存在定理の証明と3次元極小モデル理論の完成」、「3次元Fano多様体の分類」、「有理連結性の研究と非特異Fano多様体の有界性」などが挙げられます。枚挙にいとまがありませんが、ここでは特にHartshorne予想と極小モデル理論に関する業績に注目したいと思います。

まず、Hartshorne予想の主張は以下のようになります：「接束が豊富なn次元非特異射影代数多様体はn次元射影空間Pnに同型になる」。ここで出てくる射影空間とは2n次元ユークリッド空間をコンパクト化したもの、つまり無限遠点を加えた空間を指し、1次元射影空間は種数０の曲線、つまり、球面に対応します。「接束が豊富」とは、大まかに言えば曲率（多様体の曲がり具合）が正であることを意味します。例えば曲線の曲率は正・0・負いずれかの値を取り、その値次第で曲線の形は劇的に変わります。右の図は左から曲率が正、0、負の例になります。射影曲線の場合、種数0（球面）は曲率が正、種数1（トーラス）は曲率が0、さらに種数2以上の曲線の曲率は負になります。したがって、Hartshorne予想は「曲率が正の非特異射影代数多様体は射影空間に同型である」ことを主張します。ここで同型とは数学的に同じであることを意味します。森氏はこの予想を論文「Projective manifolds with ample tangent bundles,（1979）」で解決しました。それまでこの予想は3次元以下までしか知られておらず、任意の次元での解決は非常に画期的でした。その証明方法も多様体上の曲げ折り法や正標数還元など様々な革新的なアイデアが初めて導入されました。これらの手法は現在でも多くの研究に影響を与え続けています。私自身も森氏の影響を受け、曲げ折り法などの研究を行っており、この論文が後世に与えた影響は計り知れません。



さらにこの論文で生まれた有理曲線の理論を基礎として、森氏は論文「Threefolds whose canonical bundles are not numerically effective,（1982）」で代数多様体の「端射線の理論」を発表、2次元までしか完成していなかった極小モデル理論を3次元以上に拡張する枠組みを提案しました。ここで極小モデル理論を簡単に説明しましょう。二つの代数多様体が双有理同値であるとは、両者から適当な一部（直線など）を除いた後に、同型になることをいいます。高次元代数幾何学では「双有理同値なものは同じとみなす」立場で代数多様体を分類する問題が重要なテーマになっています。1次元の場合、双有理同値分類は同型による分類と同じです。

2次元では、イタリア学派の研究によってある双有理同値クラスから"良い性質"の曲面(極小モデル)を選んでくる極小モデル理論が確立していました。2次元では余計な曲線を潰していくことで、滑らかな基本形(極小モデル)に整理できました。しかし、3次元以上では潰す方法がたくさんあり、また潰した後、多様体が尖る(特異点を持つ)ことが一般的で、極小モデル理論の高次元での実現は困難を極めました。しかし、森氏の理論によって、端射線を選ぶことでどのように潰すべきかの方向性が定まり、それを元に双有理同値クラスから極小モデルを選び出す「極小モデルプログラム」が高次元でも可能なことが示されました。さらにこの理論は川又、Kollár、Reid、Shokurovらの研究により整備され、森氏による論文「Flip theorem and the existence of minimal models for 3-folds, (1988)」によって3次元極小モデル理論は完成されました。森氏はこれらの業績により、1990年の京都で行われた国際数学者会議でフィールズ賞を受賞しました。なお、これらの論文を執筆当時、森氏は名古屋大学(1980-1990)に在籍しており、名古屋大学は高次元極小モデル理論誕生に大きく寄与したといっても過言ではありません。現在では極小モデル理論は高次元の場合でも一定の整備が進み、代数幾何学だけにとどまらず、数論幾何学や数理物理など他の分野へも影響を与えながら発展を続けています。

名古屋大学レクチャー〈歴代講演者〉

2006	ミシェル・ザンク	Michel Zink
2008	ハロルド・クロトー	Harold W. Kroto
2008	飯島澄男	Sumio Iijima
2008	小林誠	Makoto Kobayashi
2008	益川敏英	Toshihide Maskawa
2008	下村脩	Osamu Shimomura
2009	杉浦昌弘	Masahiro Sugiura
2009	竹市雅俊	Masatoshi Takeichi
2010	岸義人	Yoshito Kishi
2010	中西香爾	Koji Nakanishi
2011	キーン・ドナルド	Donald Keene
2012	赤﨑勇	Isamu Akasaki
2013	野依良治	Ryoji Noyori
2014	永井美之	Yoshiyuki Nagai
2014	水田洋	Hiroshi Mizuta
2015	天野浩	Hiroshi Amano
2016	宮本憲一	Kenichi Miyamoto
2017	篠崎一雄	Kazuo Shinozaki
2017	岡崎恒子	Tsuneko Okazaki
2018	梶田隆章	Takaaki Kajita
2019	青柳正規	Masanori Aoyagi
2021	近藤孝男	Takao Kondo
2022	川合眞紀	Maki Kawai
2023	アーロン・チカノーバ	Aaron Ciechanover
2025	森重文	Shigefumi Mori

名古屋大学レクチャーの趣旨、および設立理由

名古屋大学レクチャーは、名古屋大学のもっとも重要な学術講演と位置付けられ、世界的に著名な研究者を講師として招聘し、最高水準の研究に触れる機会を設けるために創設されました。講師には、名古屋大学で最も権威のある「名古屋大学レクチャーシップ」の称号が与えられます。

表彰楯のモチーフの麒麟は、古来の想像上の霊獣で知恵の象徴でもあり、最も傑出した人物を表すものとされており、レクチャラーの存在と重なるものとなっています。このモチーフは、東西文化交流の証として1200年以上保管されてきた正倉院の障壁画をもとに西大樹画伯がデザインしたもので、世界平和と卓越した学問への祈りを込めて、高等研究院を象徴しています。

2023年名古屋大学レクチャー　杉山直(左)、アーロン・チカノーバ(右)